

Приложение № 2

«Математическое мышление. Книга для родителей и учителей»

Столкнувшись с неудачами в изучении математики, школьники зачастую смиряются с простой мыслью: этот предмет мне не по силам. Формулы плохо запоминаются и не вызывают особого интереса, процедура счета кажется бесцельной, а старание сводится к одному-единственному и не всегда мотивирующему результату – оценке учителя. Профессор и исследователь из Стэнфорда Джо Боулер в книге «Математическое мышление. Книга для родителей и учителей» (перевод Натальи Яцюк, издательство «Манн, Иванов и Фербер») предполагает преподавать математику иначе – в первую очередь как логику – и рассказывает, что нужно делать школам, преподавателям, учителям, чтобы улучшить математическое образование для всех. *N + 1* предлагает своим читателям ознакомиться с отрывком из книги, в котором Боулер объясняет, чем полезны ошибки и как научиться относиться к ним правильно.



Сила ошибок и трудностей

Я начала проводить семинары о преподавании математики с ориентацией на мышление роста вместе со студентами магистратуры из Стэнфорда (Сарой Селлинг, Кэти Сан и Холли Поуп), после того как директора калифорнийских школ рассказали мне о том, что их учителя прочли книги Кэрол Дуэк и

полностью поддерживают изложенные там идеи, но не знают, что все это значит для преподавания математики. Первый семинар состоялся в кампусе Стэнфордского университета, в светлом и просторном центре Ли Ка-Шинга. Одна из самых ярких фраз Кэрол Дуэк поразила учителей: «Каждый раз, когда ученик делает ошибку в математической задаче, у него появляется новый синапс». Все мысленно ахнули. Ведь речь шла о силе и ценности ошибок – хотя большинство учеников считают, что ошибки означают отсутствие у них математических способностей или, того хуже, отсутствие интеллекта. Многие учителя годами говорили ученикам, как полезны ошибки: они свидетельствуют о том, что мы учимся. Но новые данные о мозге и ошибках указывают на нечто гораздо более важное.

Психолог Джейсон Мозер со своей группой изучил нейронные процессы в мозге человека в момент совершения ошибки (Moser et al., 2011). Они обнаружили нечто удивительное. Мозг может отреагировать на ошибку двумя способами. Ответная реакция первого типа под названием «вызванный ошибкой негативный импульс» (error-related negativity, ERN) – повышенная электрическая активность при конфликте между правильным ответом и неверным. И такая активность возникает независимо от того, знает ли человек об ошибке. Ответная реакция второго типа под названием «вызванный ошибкой позитивный импульс» (positivity error, Pe) – сигнал, отражающий осознанное внимание к ошибкам. Такая реакция имеет место, когда человек знает, что совершил ошибку, и уделяет ей осознанное внимание.

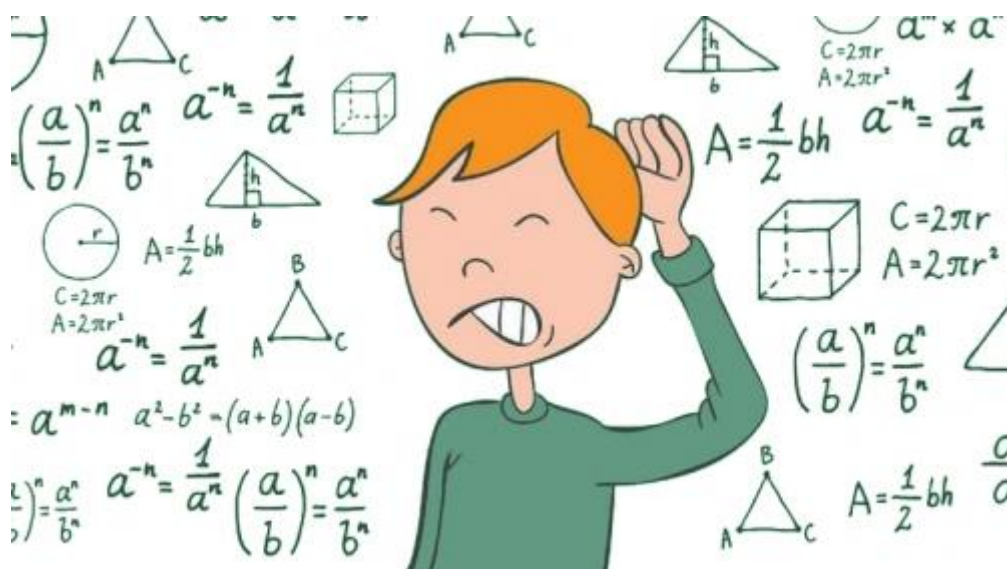
Когда я сказала учителям, что ошибки активируют мозг и стимулируют его рост, они отреагировали так: «Конечно, только при условии, что ученики исправляют ошибку, а потом продолжают решать задачу». Но на самом деле это не так. Результаты исследований свидетельствуют о том, что мозг активизируется независимо от того, знаем ли мы об ошибке. Когда учителя спрашивают меня, как это возможно, я говорю, что пока лучшее объяснение таково: мозг активизируется и растет, когда мы делаем ошибки, ведь в это время он напряженно работает.

В ходе исследования Мозер с коллегами проанализировали мышление людей и сопоставили разные его типы с реакцией ERN и Pe при ошибочных ответах на поставленные вопросы. Ученые сделали два важных вывода. Во-первых, электрическая активность мозга учеников в случае реакций ERN и Pe была выше, когда они совершали ошибки, чем когда давали правильные ответы. Во-вторых, в случае ошибок активность мозга участников с мышлением роста оказалась выше активности мозга участников с фиксированным мышлением.

Очень важно то, что наш мозг реагирует на ошибки повышенной активностью. Подробнее об этом чуть позже. Исследование также показало, что люди с мышлением роста лучше осведомлены об ошибках, чем люди с фиксированным мышлением, поэтому чаще исправляют свои промахи. Это согласуется с результатами других исследований (Mangels, Butterfield, Lamb, Good, & Dweck, 2006), продемонстрировавших, что у учеников с мышлением роста проявляются усиленная реакция мозга и внимание к ошибкам. Все ученики реагировали на

ошибки возбуждением синапсов, но у людей с мышлением роста мозг чаще начинал активную работу, показывая осведомленность об ошибке.

Результаты неврологических исследований головного мозга и ошибок крайне важны для нас, учителей математики и родителей. Они свидетельствуют, что ошибки полезны. Когда мы их совершаем (даже если сами того не осознаем), наш мозг активизируется и растет; вдобавок мы учимся. Это важно, поскольку дети и взрослые во всем мире часто испытывают крайне негативные эмоции, когда ошибаются в решении математических задач: ведь они воспитывались в культуре достижений (см. Woaler, 2014b), где ошибки не ценят или того хуже – за них наказывают. Увы, многие задания для работы в классе составлены так, чтобы ученики смогли без проблем выполнить их правильно. Но на самом деле необходимо, чтобы ученики совершали ошибки. Чуть ниже представлены математические задачи, которые увлекают учеников и способствуют росту их мозга, и сигналы, которые должны подавать при этом учителя и родители.



В странах с самым высоким уровнем знаний по математике (например, в Китае) подход к ошибкам совсем иной. Недавно я наблюдала за уроком математики в Шанхае – китайском городе, где ученики демонстрируют самые высокие результаты в стране и в мире. Учитель давал ученикам серьезные концептуальные задачи, а затем устраивал опрос. Пока ученики с удовольствием рассказывали о проделанной работе, переводчик шепнул мне, что учитель выбирает детей, которые сделали ошибки. Те с гордостью рассказывали об ошибках, поскольку учитель придает им большое значение. В главе 9 дано описание короткого и очень интересного эпизода одного из уроков в Китае.

Различные научные исследования не только демонстрируют ценность ошибок для каждого, но и показывают, что ученикам с мышлением роста свойственна более высокая активность мозга, связанная с обнаружением ошибок, чем ученикам с фиксированным мышлением. И именно поэтому мышление роста так полезно для изучения математики и других предметов.

Исследование Мозера, которое показало, что в случае ошибок у участников с мышлением роста активность мозга выше, чем у участников с фиксированным мышлением, позволяет сделать еще один важный вывод. Выходит, что наши

представления о себе (в частности, вера в свои силы) меняют работу мозга. Если мы верим, что можем учиться и ошибки важны, наш мозг развивается активнее, когда мы их совершаем. Вот почему нужно верить в себя, особенно когда перед нами встают сложные задачи.

Ошибки в нашей жизни

Исследования успешных и неудачливых бизнесменов дали неожиданный результат: их характеризует количество не успехов, а ошибок. Да, более успешные люди совершают больше ошибок. Starbucks – одна из самых именитых компаний в мире, а ее основатель Говард Шульц – один из самых успешных предпринимателей современности. Когда он создал компанию, позже ставшую Starbucks, он использовал в качестве модели итальянские кафе. В США в то время было не так уж много кафе, а Шульц восхищался итальянскими заведениями. В первых кафе Шульца кофе подавали официанты в бабочках, в которых им было не по себе; пока клиенты пили кофе, в зале звучала оперная музыка. В США клиенты не очень хорошо восприняли этот антураж, и команда Шульца начала все с нуля и совершила еще много ошибок, прежде чем в итоге был создан бренд Starbucks.

Журналист New York Times Питер Симс написал много работ о роли ошибок в формировании творческого предпринимательского мышления (Sims, 2011). Он отмечает: «Несовершенство – часть любого творческого процесса и жизни, хотя почему-то мы живем в культуре, для которой характерен парализующий страх перед неудачей, мешающий действовать и усиливающий перфекционизм. Именно такой образ мыслей лишает веры в себя, если человек стремится стать более изобретательным и предприимчивым».

Кроме того, Питер Симс перечисляет основные привычки успешных людей, утверждая, что все они делают следующее.

- Чувствуют себя комфортно, когда ошибаются.
- Пытаются реализовать на первый взгляд безумные идеи.
- Открыты разным типам опыта.
- Играют с идеями, не давая оценок.
- Готовы выступить против традиционных представлений.
- Не сдаются перед лицом трудностей.

В изучении математики эти привычки не менее важны, чем в жизни. Но, как это ни удивительно, они не применяются на уроках математики и во время выполнения домашних заданий по этому предмету. Необходимо, чтобы ученики чувствовали себя свободно, смело пробовали разные идеи и не боялись ошибок, придерживались открытого подхода к изучению математики и были готовы играть с задачами, пытаясь реализовать «на первый взгляд безумные идеи» (см. главу 5). Нужно, чтобы ученики выступили против традиционных представлений, отбросив идею о том, что одни люди могут заниматься математикой, а другие нет. Безусловно, необходимо, чтобы ученики не сдавались, когда задание по математике оказывается трудным и они не сразу находят решение.

Как изменить отношение к ошибкам?

Один из самых эффективных шагов, которые могут предпринять учителя и родители, – изменение обратной связи об ошибках и неправильных ответах в математике. Недавно я получила очень трогательное видео от учителя, который прошел мой онлайн-курс и начал учебный год с того, что рассказал на занятиях для отстающих учеников о важности и ценности ошибок. За год дети полностью изменились; они сделали выводы из прошлых неудач и снова приступили к изучению математики, но уже с положительным настроением. Этот учитель прислал видео, где ученики рассказывают о том, что сигнал о росте мозга под воздействием ошибок изменил для них все. По словам этих детей, раньше они считали себя неудачниками, и это мешало им добиваться успеха. В работе новый учитель использовал такие сигналы и методы преподавания, под влиянием которых они оставили в прошлом многолетний страх перед математикой и начали изучать этот предмет с новым рвением. Когда мы говорим ученикам, что ошибки полезны, они как будто освобождаются от тяжкого груза.

В рамках своего онлайн-курса для учителей и родителей я поделилась со слушателями новой информацией об ошибках и поставила им интересную задачу: придумать игру, которая изменит отношение учеников к ошибкам в классе и дома. Одна учительница рассказала о своем методе: в самом начале урока она просит учеников смять лист бумаги и бросить его в сторону доски с тем чувством, которое они испытывают, когда делают ошибки в заданиях по математике. Ученики дают выход своим эмоциям (обычно разочарованию), швыряя смятые листы бумаги в доску. Затем учительница предлагает детям поднять листы, разровнять их и цветными маркерами разрисовать образовавшиеся на бумаге складки, которые олицетворяют рост их мозга. И затем хранить эти листы в своих папках весь учебный год как напоминание о важности ошибок.

Несколько лет назад я начала работать с Ким Холлиуэлл – великолепной учительницей, входящей в состав группы из объединенного школьного округа Виста, с которой я тесно сотрудничала на протяжении двух лет. В 2015 году я побывала в классе Ким и увидела, что все стены увешаны замечательными рисунками, на которых ученики изобразили свой мозг и написали позитивные высказывания о росте мозга и об ошибках. Ким рассказала мне, что попросила учеников выбрать любимые высказывания о росте мозга из всех, которые они вместе просмотрели, и написать их на изображениях своего мозга.

Еще одна стратегия, подчеркивающая важность ошибок, – предложить ученикам сдать свою работу в любом виде, даже тест (хотя, чем реже мы проверяем уровень знаний учеников, тем лучше; подробнее см. главу 8). После этого учителя выделяют «любимые ошибки». Они должны объяснить ученикам, что ищут свои самые частые ошибки (серьезные, а не числовые погрешности). Затем дети могут рассказать об этих ошибках на уроке и начать в классе обсуждение: почему это ошибки и чем они обусловлены. В этот момент целесообразно подкрепить важные сигналы – в частности, сказать ученику, что ошибка принесла ему пользу, поскольку в этот момент он напряженно размышлял, что привело к активизации и росту его мозга. Кроме того, полезно

рассказывать об ошибках и обсуждать их. Если один ученик делает ошибку, мы знаем, что другие тоже могут ее допустить; поэтому возможность проанализировать ошибку приносит пользу всем.

Если ставить ученикам оценки за выполнение заданий по математике (бесполезная практика, о которой мы поговорим позже), а также снижать баллы за ошибки, они получают крайне негативный сигнал об ошибках и изучении математики. Чтобы развивать у учеников мышление роста и давать им позитивную обратную связь, учителя должны свести к минимуму тестирования и оценку уровня знаний учеников (см. главу 8). Если учителя продолжают проводить тесты и оценивать уровень знаний учеников, им следует ставить такие же (если не более высокие) оценки за ошибки. Это будет хороший сигнал о том, что ошибка — отличная возможность для обучения и роста мозга.

Очень важно подчеркивать ценность ошибок во время урока, в присутствии всех учеников. Но учителям необходимо также давать позитивную обратную связь об ошибках во время взаимодействия с учениками один на один. В первые годы учебы в школе моя дочь получила от учителей сигналы, которые нанесли ей огромный вред и из-за которых у нее в раннем возрасте сформировалось фиксированное мышление. В четыре-пять лет у нее были проблемы со слухом (о чем мы тогда не знали). Из-за этого учителя решили, что у нее ограниченные способности, и давали ей только легкие задания. Моя дочь полностью осознавала это; когда ей было всего четыре, она спрашивала меня, почему другим детям дают более сложные задачи. Мы знаем, что ученики тратят в школе много времени на то, чтобы понять, что о них думают учителя. Моя дочь смогла определить, что ее учителя не очень высокого мнения о ней, поэтому убедила себя в том, что она глупая. Сейчас ей двенадцать, она стала совсем другим человеком и полюбила математику, поскольку уже проучилась три года в замечательной школе, где сразу же определили, что у нее фиксированное мышление, и поняли, что это сдерживает ее развитие.

Когда моя дочь училась в четвертом классе и все еще страдала от фиксированного мышления, мы с ней побывали на уроке математики в третьем классе ее школы. Учительница записала на доске две числовые задачи; моя дочь одну решила правильно, а другую неправильно. Обнаружив ошибку, она отреагировала весьма болезненно, заявив, что у нее совсем плохо с математикой и она даже слабее третьеклассников. В этот момент нужно было сказать ей нечто очень откровенное и важное. Я заявила: «Знаешь, что сейчас произошло? Когда ты решила задачу неправильно, твой мозг вырос, а когда ты получила правильный ответ, в твоём мозге ничего не произошло». Именно так учителям стоит взаимодействовать со своими учениками, которые совершают ошибки. Дочь взглянула на меня широко распахнутыми глазами — и я поняла, что для нее это была очень важная мысль. Сейчас она переходит в шестой класс, и она стала совсем другой: позитивно воспринимает ошибки и положительно относится к себе. Это стало возможно не потому, что ей давали больше заданий по математике или другой работы, а благодаря тому, что ее учили развивать мышление роста.

В 1930-е годы швейцарский психолог Жан Пиаже, один из крупнейших специалистов мира, отбросил идею о том, что суть обучения сводится к запоминанию. Он отмечал, что истинное обучение зависит от понимания того, как идеи согласуются друг с другом. Пиаже предположил, что у учеников есть ментальные модели, определяющие способ сведения идей воедино, а когда они приобретают для учеников определенный смысл, возникает то, что психолог назвал «равновесием» (см., например, Piaget, 1958, 1970). Сталкиваясь с новыми идеями, ученики пытаются привести их в соответствие с имеющимися ментальными моделями. Но если новые идеи не вписываются в существующие модели или эти модели необходимо изменить, ученики приходят в состояние, которое Пиаже обозначал термином «отсутствие равновесия». В таком состоянии человек знает, что новую информацию нельзя включить в его модели обучения; но ее нельзя и отбросить, поскольку она имеет смысл. И тогда человек пытается скорректировать свои модели. На первый взгляд может показаться, что отсутствие равновесия вызывает дискомфорт. Но, по мнению Пиаже, именно оно дарит истинную мудрость. Психолог представил обучение как процесс перехода от равновесия, в котором все связано воедино, к отсутствию оно, когда новая идея не согласуется с существующими моделями, а затем снова к состоянию равновесия. Пиаже утверждает, что этот процесс крайне важен в обучении (Нааск, 2011).

В главе 4 рассматриваются практика в математике и типы практических заданий, одни из которых приносят пользу, а другие нет. И я подчеркиваю, что одна из проблем нынешнего математического образования состоит в том, что учеников знакомят с однообразными и простыми концепциями, не позволяющими им перейти к отсутствию равновесия. Мы знаем, что людям с высокой терпимостью к неопределенности легче переходить от отсутствия равновесия к равновесию – и поэтому мы должны чаще ставить учеников в условия неопределенности и риска.

Манн, Иванов и Фербер

Научно-популярные книгоиздатели

Подробнее читайте:

Боулер, Д. Математическое мышление. Книга для родителей и учителей / Джо Боулер; перевод с английского Натальи Яцюк. — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2019. – 352 с.